**תרגיל בית 3 – מודלים לא לינאריים בחקר ביצועים**

**מגישים :**

**אלעד בוכריס – 206202426**

**משה דידי –**

שאלה 1 :

*מוגדרת הפונקציה :*

*יש להוכיח כי אם גזירה ברציפות אזי*

*הוכחה :*

*לפי כלל השרשרת מתקיים כי :*

*מש"ל.*

*שאלה 2 :*

1. *נגדיר:*

*בנוסף, נגדיר פונקציה*

*אזי :*

*ניתן לראות כי מתקיים :*

*ולכן לפי שאלה 1 מתקיים כי :*

*בנוסף, לפי מה שראינו בתרגול מתקיים כי :*

1. *נתונה הפונקציה :*

*נגדיר פונקציה :*

*נשים לב כי :*

*לכן, מתקיים כי :*

*בנוסף, מתקיים כי :*

1. 

*כך ש:*

*שאלה 3 :*

1. *נתונה קבוצה סגורה ופונקציה רציפה .*

*ידוע כי קיים סקלר כך ש –*

*חסומה ולא ריקה.*

*יש להוכיח כי :*

*.*

*הוכחה:*

*ראשית, נשים לב כי היא קבוצה פתוחה (בדומה לאורתנטה החיובית) ולכן היא קבוצה סגורה. נשים לב כי גם היא קבוצה פתוחה לפי הגדרתה ולכן : קבוצה פתוחה (איחוד של קבוצות פתוחות).*

*לכן:*

*הינה קבוצה סגורה.*

*נניח בשלילה כי*

*כלומר :*

*נשים לב, כי לפי משפט ויירשטראס בהכרח :*

*מכיוון ש-S קבוצה חסומה וסגורה ו-f פונקציה רציפה.*

*לכן, מתקיים כי (לפי הגדרת S)*

*כלומר, המינימום תחת S שייך ל-C.*

*נשים לב כי*

*אך אנו יודעים כי*

*לכן, בהכרח מתקיים כי*

*וזו היא סתירה להנחה. לכן :*

*.*

*מש"ל.*

1. *יש להוכיח כי אם רציפה וקאורסיבית ב-C.*

*אזי :*

*נשים לב כי מכיוון ש- קוארסיבית אזי:*

*נשים לב כי אם נבחר*

*אזי :*

*אחרת, תתקבל סתירה עם ההנחה כי קוארסיבית.*

*ולכן*

*מש"ל.*

*שאלה 4:*

*תהי המוגדרת על ידי :*

*יש להוכיח כי :*

*נחלק למקרים:*

*ולכן מתקיים :*



*לכן מתקיים :*

*מש"ל.*

*כעת, יש להוכיח כי לא קוארסיבית.*

*ניקח שתי נקודות:*

*כלומר, מתקיים כי*

*בסתירה לקוארסיביות של .*

*לכן, אינה קוארסיבית.*

*שאלה 5 :*

1. *נתונה :*



*נמצא נקודות סטציונריות על ידי פתרון :*

*נקבל כי :*

*נחשב את ההסיאן של הפונקציה :*

*נמצא את מוגדרות המטריצה בכל אחת מהנקודות :*

*נחשב ע"ע*

*ניתן לראות כי*

*לכן, מטריצה זו אינה מוגדרת וזוהי נקודת אוכף.*

*ניתן לראות כי כל מינור ראשי של המטריצה חיובי. לכן, לפי קריטריון המינוריים הראשיים, המטריצה מוגדרת חיובית.*

*לכן, זוהי נקודת מינימום של .*

*אותו דבר עבור הנקודה .*

*נתונה :*

*נגדיר :*

*ונקבל כי*

*ולכן:*

*באופן סימטרי*

*לכן:*

*ניתן לראות כי הנקודות הסטציונריות הן :*

*ו-*

*כלומר, כל הנקודות על מעגל היחידה.*

*בנוסף ניתן לראות כי מתקיים :*

*ועבור*

*מתקבל שוויון, לכן זוהי נקודת מינימום גלובלי של .*